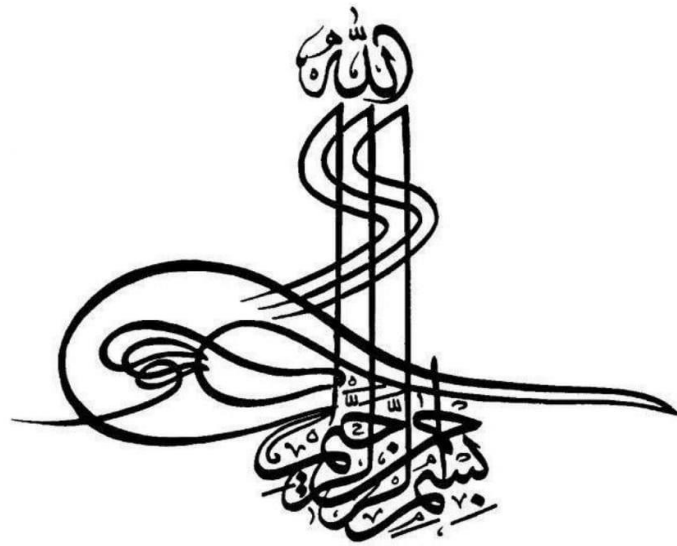


حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱



حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

## قدرمطلق و ویژگی های آن

درس چهارم از فصل اول حسابان پایه یازدهم ریاضی فیزیک

طبقه بندی سوالات به صورت موضوعی 

پاسخ کاملا تشریحی سوالات کنکور سراسری 

حل تمام تمرین ها ، فعالیت ها و کاردر کلاس ها 

مؤلف:

حبیب هاشمی

۱۳۹۶

مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

جهت تهیه جزوات کنکوری تمام مباحث ریاضی تألیف حبیب هاشمی کارشناس ارشد ریاضی کاربردی با هیجده سال سابقه تدریس در برگزاری کلاس های کنکور؛ دبیر رسمی آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران و مدرس دانشگاه با شماره ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱ تماس حاصل فرمایید..

جزوه کنکوری تمام مباحث ریاضیات تألیف حبیب هاشمی در کانال تلگرامی @eshgheriazikonkour

جهت تهیه ی جزوه کامل فصل اول حسابان پایه یازدهم رشته ریاضی فیزیک با شماره ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱ تماس حاصل فرمایید.

مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

مقدمه

جزوه حاضر که براساس مطالب فصل اول کتاب درسی حسابان (۱) ، مبحث «قدرمطلق و ویژگی های آن» نگارش شده است، دارای ویژگی های زیر است:

- ۱- باز کردن مفاهیمی که در کتاب درسی به علت محدودیت حجم، به آن کمتر پرداخته شده است.
- ۲- مطالب به صورت ساده و روان و به زبان دانش آموز ارائه شده است.
- ۳- مطالب و نکات، به گونه ایی است که خلأ بین مطالب ارائه شده در کتب درسی و سؤالات مطرح شده در کنکورهای سراسری را پر کند.
- ۴- در این کتاب با نگاهی عمیق تر و جامع تر از کتاب درسی، به مطالب پرداخته شده و به همین منظور از مثالها و مسائل حل شده متنوعی بهره گرفته ایم.
- ۵- ایجاد تعادل نسبی بین مهارت های محاسبات صوری و درک مفهومی.
- ۶- استفاده از مسائل باز پاسخ.
- ۷- توجه به دانش قبلی دانش آموزان.
- ۸- ایجاد اتصال و ارتباط بین جنبه های متفاوت یک مفهوم و نیز بین یک مفهوم و دیگر مفاهیم کتاب. در پایان امیدواریم که مطالعه ی دقیق این کتاب و بهره گیری از رهنمودهای دبیران فرهیخته و گران قدر بتواند موفقیت تحصیلی شما خوبان را تضمین و تثبیت نماید. ارائه ی نظرات شما دانش پژوهان، دبیران فرهیخته و گران قدر، موجب سپاس و امتنان است.

حبیب هاشمی

جزوه کنکوری تمام مباحث ریاضیات تالیف حبیب هاشمی در کانال تلگرامی @eshgheriazikonkour

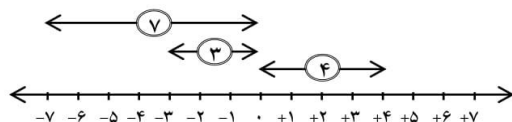
حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

## درس ۴

### قدر مطلق و ویژگی های آن

قدر مطلق:

قدر مطلق یک عدد یعنی فاصله آن از مبدأ



$$\begin{aligned} |+4| &= +4 \\ |-3| &= +3 \\ |-7| &= +7 \end{aligned}$$

قدر مطلق را می توان یک مکان مقدس در نظر گرفت که هر جور موجودی وارد آن شود تبدیل به یک انسان مثبت می شود.

به عبارتی دیگر اگر داخل قدر مطلق مثبت باشد خود آن را بیرون می آوریم ولی اگر داخل قدر مطلق منفی باشد قرینه آن را بیرون می آوریم.

$$|u| = \begin{cases} u & u \geq 0 \\ -u & u < 0 \end{cases} \text{ در حالت کلی}$$

مثال ۱: حاصل عبارت های زیر را بدون قدر مطلق بنویسید.

الف)  $|-5| = -(-5) = +5$

ب)  $|1 - \sqrt{2}| = -(1 - \sqrt{2}) = \sqrt{2} - 1$   
منفی

پ)  $|2 - \sqrt{2}| = 2 - \sqrt{2}$   
مثبت

ت)  $|-6 \div 3 \times 2| = |-2 \times 2| = |-4| = -(-4) = 4$

ث)  $|a^2 + 1| = a^2 + 1$   
مثبت

ج)  $|x^2 + 4x + 4| = |(x + 2)^2| = (x + 2)^2$   
نامنفی

چ)  $|-(x - 1)^2 - 3| = -(-(x - 1)^2 - 3)$   
منفی

مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

**مثال:** حاصل هر یک از عبارت های زیر را بدون قدر مطلق بنویسید.

الف)  $|-5 - (-3)| = |-2| = 2$

ب)  $|\sqrt{3} - \sqrt{5}| = -(\sqrt{3} - \sqrt{5}) = \sqrt{5} - \sqrt{3}$

پ)  $\left|1/5 - 1\frac{1}{4}\right| = |0| = 0$

**مثال:** عبارت های زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

الف)  $\sqrt{a^2 + 2a^2 + 1} = \sqrt{(a^2 + 1)^2} = |a^2 + 1| = a^2 + 1$

ب)  $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} = |\sqrt{3} - 2| = (\sqrt{3} - 2) = 2 - \sqrt{3}$

**مثال:** با استفاده از تعیین علامت ، ضابطه هر یک از توابع زیر را بدون استفاده از نماد قدر مطلق بنویسید.

الف)  $f(x) = x|x| = \begin{cases} x(x) = x^2 & x \geq 0 \\ x(-x) = -x^2 & x < 0 \end{cases}$

ب)  $g(x) = |x^2 - 1| = \begin{cases} x^2 - 1 & x \leq -1 \text{ یا } x \geq 1 \\ -x^2 + 1 & -1 < x < 1 \end{cases}$

x	-1	1
x <sup>2</sup> - 1	+ ○	- ○ +

پ)  $h(x) = |x - 1| + |x + 1| = \begin{cases} -x + (-x - 1) = -2x & x \leq -1 \\ -x + 1 + x + 1 = 2 & -1 < x < 1 \\ x - 1 + x + 1 = 2x & x \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x & x \leq -1 \\ 2 & -1 < x < 1 \\ 2x & x \geq 1 \end{cases}$

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

x		-۱		۱	
x-۱		-		-	+
x+۱		-		+	+

**مثال :** اگر  $۱ < x < ۳$  حاصل عبارت  $|x-۱| + |x-۳|$  را به دست آورید.

ابتدا همانند مثال بالا عبارت های داخل قدرمطلق را تعیین علامت می کنیم

$$۱ < x < ۳ \Rightarrow \underbrace{|x-۱|}_{\text{مثبت}} + \underbrace{|x-۳|}_{\text{منفی}} = (x-۱) + (-(x-۳)) = x-۱-x+۳ = ۲$$

**مثال :** حاصل  $|۲x-۱| + |۲-x|$  وقتی  $-۱ < x < ۰$  باشد کدام است؟

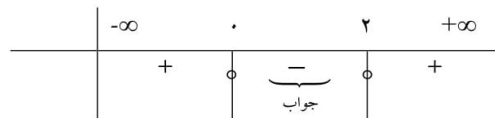
$$۱+x \quad (۴) \quad -۳+۳x \quad (۳) \quad ۳-۳x \quad (۲) \quad -۳-۳x \quad (۱)$$

ابتدا همانند مثال بالا عبارت های داخل قدرمطلق را تعیین علامت می کنیم

$$-۱ < x < ۰ \Rightarrow \underbrace{|۲x-۱|}_{\text{منفی}} + \underbrace{|۲-x|}_{\text{مثبت}} = -(۲x-۱) + (۲-x) = -۳x+۳$$

**مثال :** اگر  $|x^۲ - ۲x| = ۲x - x^۲$  باشد آن گاه محدوده  $x$  کدام است؟

$$|u| = -u \Rightarrow u \leq ۰ \Rightarrow x^۲ - ۲x \leq ۰$$



$$x \in [۰, ۲]$$

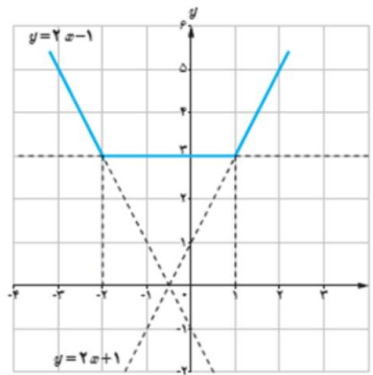
مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

$$f(x) = \begin{cases} -2x - 1 & , x < -2 \\ 3 & , -2 \leq x \leq 1 \\ 2x + 1 & , x > 1 \end{cases}$$

-۲	-۳
۳	۵
۱	۲
۳	۵

نمودار تابع از سه قسمت که هر یک بخشی از یک خط هستند تشکیل می شود



مثال: نمودار تابع  $y = |x - 1| + 2$  را رسم کنید.

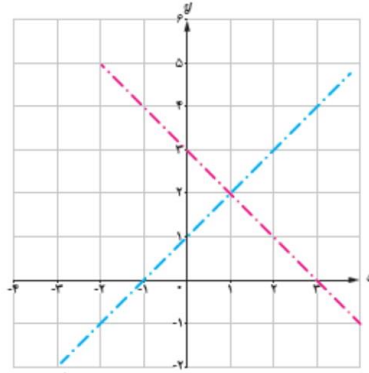
گام اول؛ با استفاده از تعیین علامت، تابع را به صورت یک تابع دو ضابطه ای بنویسید.

$$y = |x - 1| + 2 = \begin{cases} x - 1 + 2 & , x \geq 1 \\ -x + 1 + 2 & , x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 1 & x \geq 1 \\ -x + 3 & x < 1 \end{cases}$$



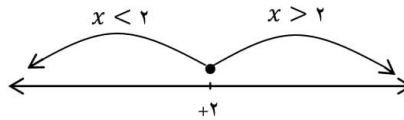
مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱



**مثال :** نمودار تابع  $y = |x - 2|$  را رسم کنید.

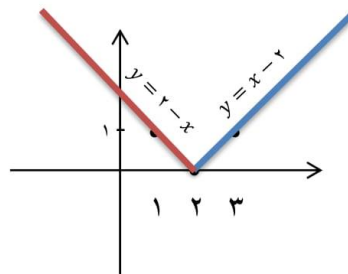
I  $x - 2 = 0 \Rightarrow x = +2$



II  $y = \begin{cases} x - 2 ; & x \geq +2 \\ -(x - 2) ; & x < +2 \end{cases}$   
 $\Rightarrow y = \begin{cases} x + 2 ; & x \geq +2 \\ 2 - x ; & x < +2 \end{cases}$

III  $y = x - 2 ; x \geq +2$   
 $y = 2 - x ; x < +2$

$x$	$+2$	$3$	$x$	$+2$	$1$
$y$	$0$	$1$	$y$	$0$	$1$



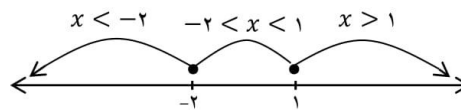
مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

**مثال:** نمودار توابع زیر را رسم کنید.

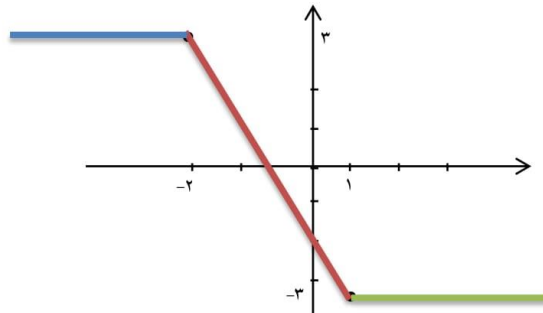
الف)  $y = |x - 1| - |x + 2|$

I  $\begin{cases} x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \\ x + 2 = 0 \rightarrow x = -2 \end{cases}$



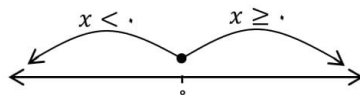
II  $y = \begin{cases} (x - 1) - (x + 2) = -3 & ; x > 1 \\ -(x - 1) - (x + 2) = -2x - 1 & ; -2 \leq x \leq 1 \\ -(x - 1) - (-(x + 2)) = 3 & ; x < -2 \end{cases}$

III



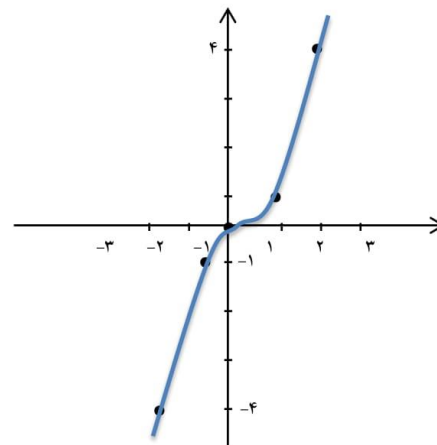
ب)  $y = x|x|$

I  $x = 0$



II  $y = \begin{cases} x(x) = x^2 & x \geq 0 \\ x(-x) = -x^2 & x < 0 \end{cases}$

III



مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

تمرین : نمودار توابع زیر را رسم کنید.

الف)  $y = 3 - |x + 1|$

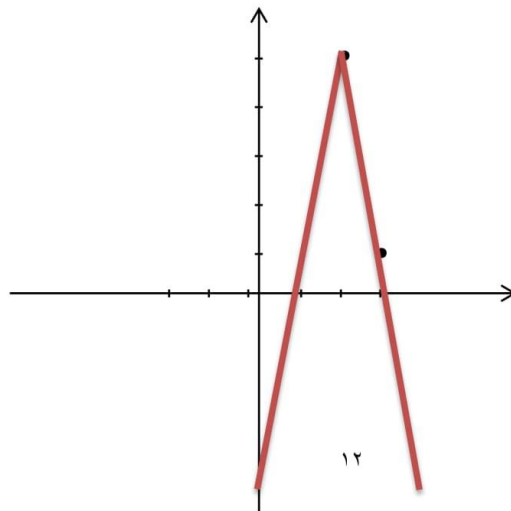
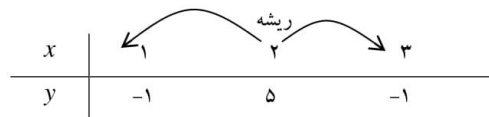
ب)  $y = x + |x|$

روش سریع رسم نمودارهای توابع قدر مطلق (حالت‌های خاص)

$a < 0$     $a > 0$   
 ۱- توابع به فرم  $| \pm d |$  عبارت درجه یک  $y = a$  (نمودار به فرم  $\wedge$  یا  $\vee$  می‌شود)

ابتدا ریشه داخل قدر مطلق که همان رأس نمودار است را به دست می‌آوریم سپس یک عدد سمت راست ریشه و یک عدد سمت چپ ریشه (ترجیحاً با فواصل یکسان) می‌نویسیم و با توجه به نقاط به دست آمده نمودار را رسم می‌کنیم.

$y = -2|3x - 6| + 5$   
 $3x - 6 = 0 \Rightarrow x = 2$



مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

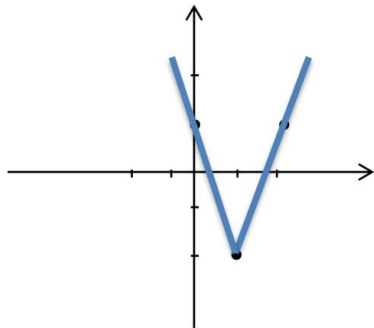
حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

**مثال :** نمودار توابع زیر را رسم کنید.

الف)  $y = 3|x - 1| - 2$

$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$

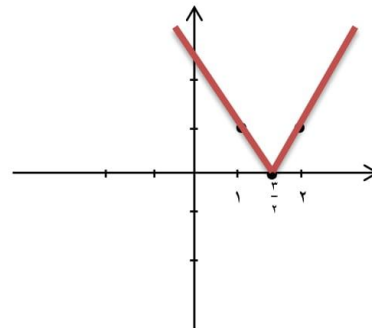
	رأس		
x	۰	۱	۲
y	۱	-۲	۱



ب)  $y = |3 - 2x|$

$3 - 2x = 0 \rightarrow x = \frac{3}{2}$

	رأس		
x	۱	$\frac{3}{2}$	۲
y	۱	۰	۱



**تمرین :** نمودار توابع زیر را رسم کنید.

الف)  $y = |x + 2|$

ب)  $y = -|x|$

پ)  $y = |2x|$

ت)  $y = |2x - 3|$

ث)  $y = 2 - |x + 3|$

**مثال :** مساحت محدود به نمودار  $f(x) = |3x + 6| + 2$  و محور  $x$ ها در بازه  $[-3, 0]$  کدام است؟

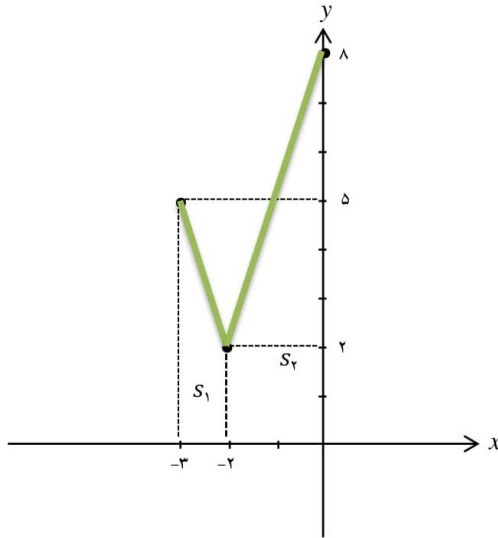
$\frac{17}{2}$  (۴)       $\frac{13}{2}$  (۳)      ۱۴ (۲)       $\frac{27}{2}$  (۱)

$f(x) = |3x + 6| + 2$   
 $3x + 6 = 0 \Rightarrow x = -2$

	اول بازه	رأس	آخر بازه
x	-۳	-۲	۰
f(x)	۵	۲	۸

مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱



ارتفاع  $\times$  (مجموع قاعده‌ها)  $\div 2 =$  مساحت ذوزنقه

$$S_1 = \frac{1}{2} \times (2 + 5) \times 1 = \frac{7}{2}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \times (2 + 8) \times 2 = 10$$

$$S_{\text{کل}} = S_1 + S_2 = \frac{7}{2} + 10 = \frac{27}{2}$$

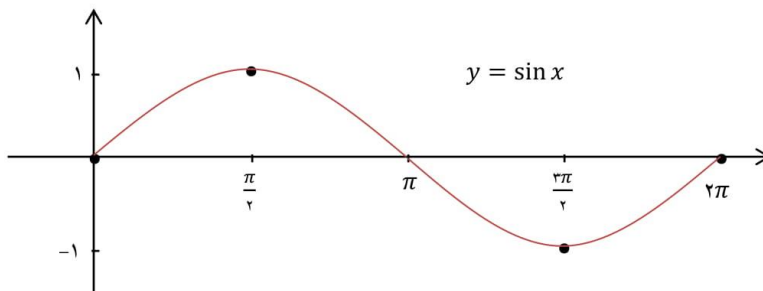
۲- توابع به فرم  $y = |f(x)|$  ( $y$  مثبت می‌شود)

ابتدا نمودار  $y = f(x)$  را رسم می‌کنیم (قدر مطلق را در نظر نمی‌گیریم) سپس قسمت بالای محور  $x$  را نگه می‌داریم و در جاهایی که نمودار  $f(x)$  زیر محور  $x$  هست، تصویر آینه وار نمودار  $f(x)$  را نسبت به محور  $x$  ها رسم کنیم و قسمت پایین محور  $x$  را حذف می‌کنیم.

$$y = |\sin x| \quad 0 \leq x \leq 2\pi$$

ابتدا تابع نمودار تابع  $y = \sin x$  را رسم می‌کنیم.

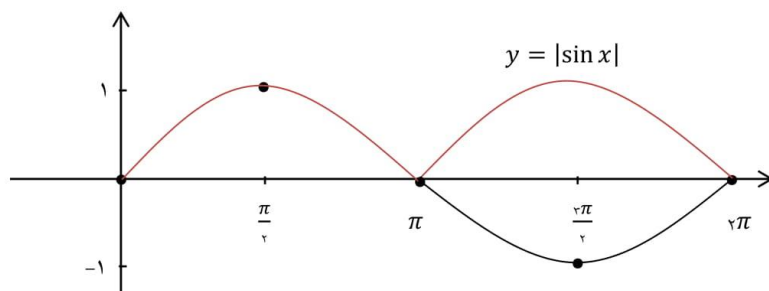
$x$	۰	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$y$	۰	۱	۰	-۱	۰



مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

قسمت بالای محور  $x$  ها را نگه می داریم و قسمت پایین را نسبت به محور  $x$  ها قرینه می کنیم.

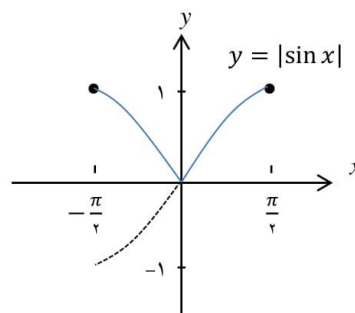
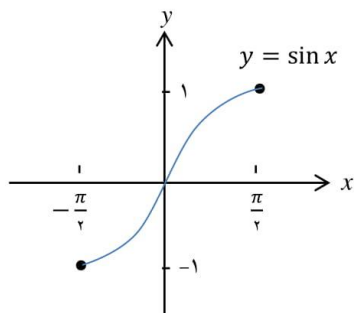


**مثال :** نمودار توابع زیر را رسم کنید.

الف)  $y = |\sin x|$

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

$x$	$-\frac{\pi}{2}$	$0$	$\frac{\pi}{2}$
$y = \sin x$	$-1$	$0$	$1$



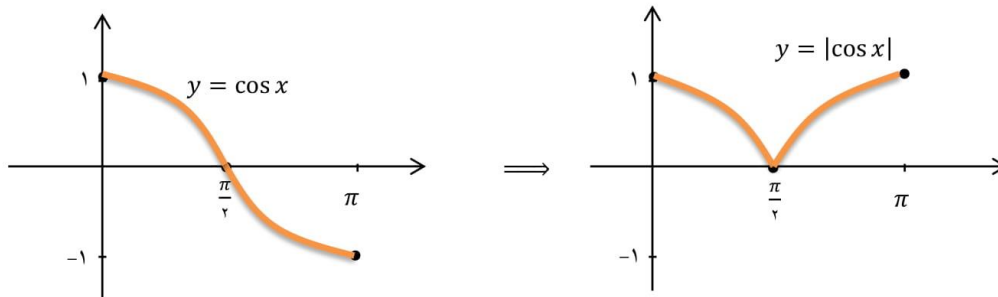
ب)  $y = |\cos x|$

$$0 \leq x \leq \pi$$

$x$	$0$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$
$y = \cos x$	$1$	$0$	$-1$

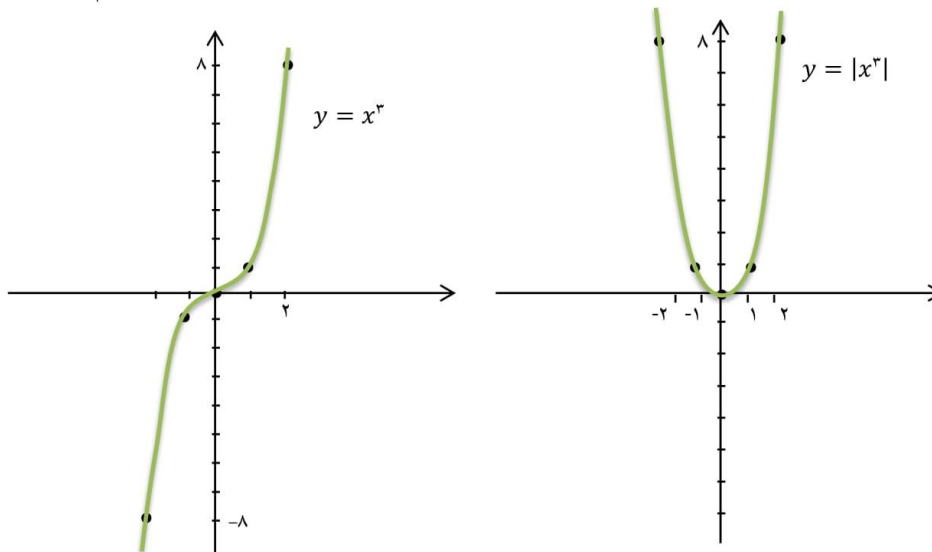
مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱



پ)  $y = |x^r|$

$x$	-۲	-۱	۰	۱	۲
$y = x^r$	-۸	-۱	۰	۱	۸



ت)  $y = |x^r - x|$

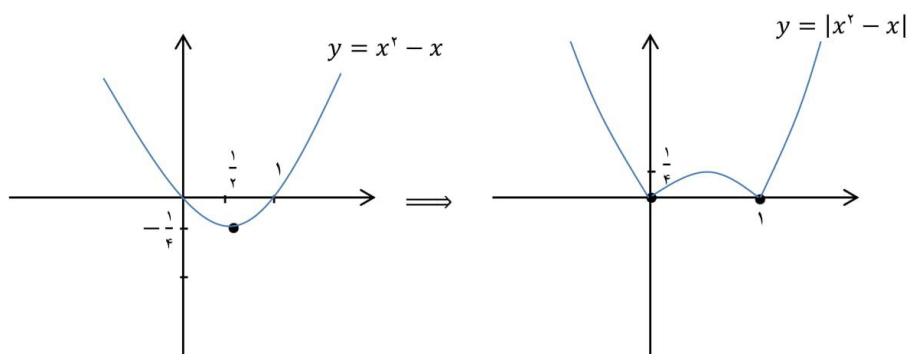
$y = x^r - x$

$x_s = -\frac{b}{ra} = -\frac{-1}{r(1)} = \frac{1}{r}$

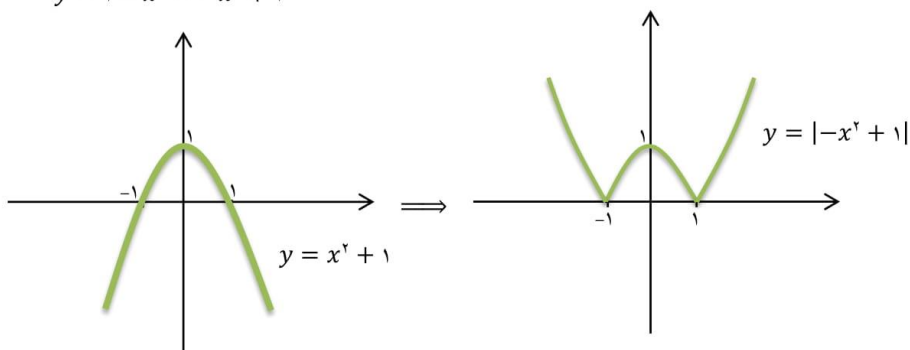
مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

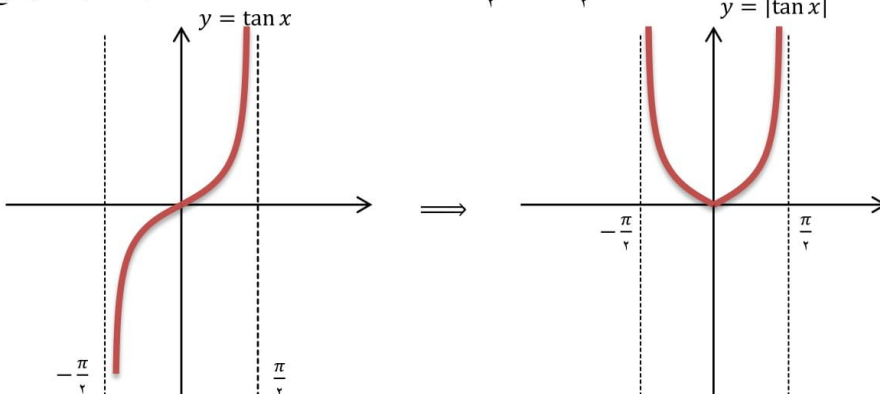
$x$	.	$\frac{1}{2}$	۱
$y = x^x - x$	.	$-\frac{1}{2}$	.



ث)  $y = |1 - x^x|$   
 $y = 1 - x^x = -x^x + 1$



ج)  $y = |\tan x|$        $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

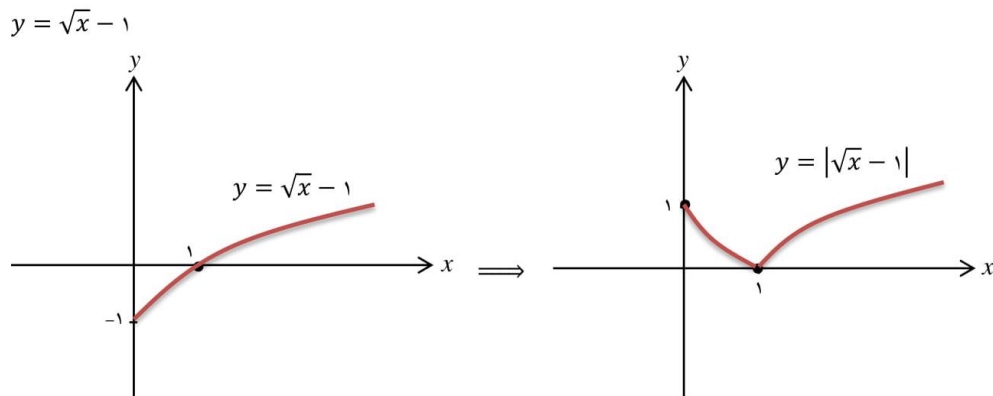




مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

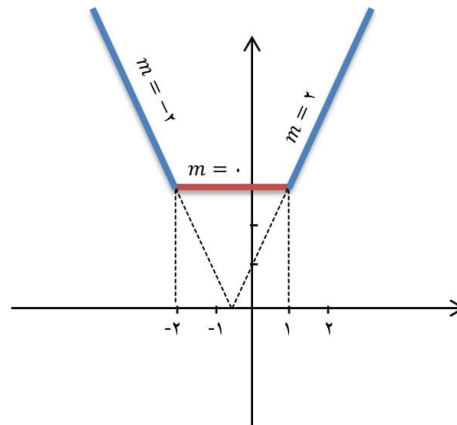
**مثال :** نمودار  $f(x) = |\sqrt{x} - 1|$  را رسم کنید.



۳- توابع به فرم  $y = |x + a| + |x + b|$  (جمع دو قدر مطلق درجه یک) (نمودارهای گلدانی) ابتدا ریشه‌های داخل قدر مطلق‌ها را بدست می‌آوریم سپس مربعی به ضلع  $|a - b|$  (فاصله بین ریشه‌ها) به سمت بالا رسم می‌کنیم ضلع بالایی مربع را پررنگ می‌کنیم تا کف گلدان مشخص سپس وسط ضلع مربع را بدست می‌آوریم از وسط ضلع مربع دو نیم خط رسم می‌کنیم.

$$y = |x - 1| + |x + 2|$$

$$\begin{cases} x - 1 = 0 \rightarrow x_1 = 1 \\ x + 2 = 0 \rightarrow x_2 = -2 \end{cases}$$



مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

\* معادله‌ی محور تقارن این نمودار  $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$  می‌باشد.

\* طبق نمودار می‌توانیم برد نمودار، صعودی یا نزولی بودن، مساحت و ... را بدست آوریم.

\* اگر  $x$ ها ضریب یکسان داشته باشند همیشه گلدان درست می‌شود و به تعداد ضریب‌ها

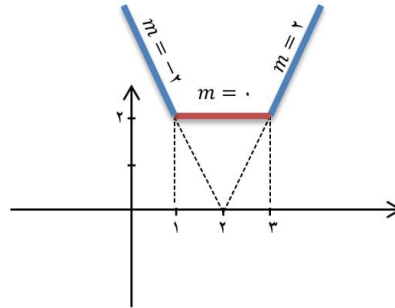
مربع (کاشی) درست می‌کنیم.

**مثال :** نمودار توابع زیر را رسم کنید. سپس برد هر کدام را مشخص کنید.

الف)  $y = |x - 1| + |x - 3|$

$$\begin{cases} x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$$

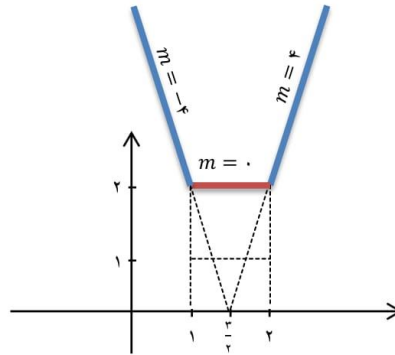
برد :  $[2, +\infty)$



ب)  $y = |2x - 2| + |2x - 4|$

$$\begin{cases} 2x - 2 = 0 \rightarrow x = 1 \\ 2x - 4 = 0 \rightarrow x = 2 \end{cases}$$

برد :  $[2, +\infty)$

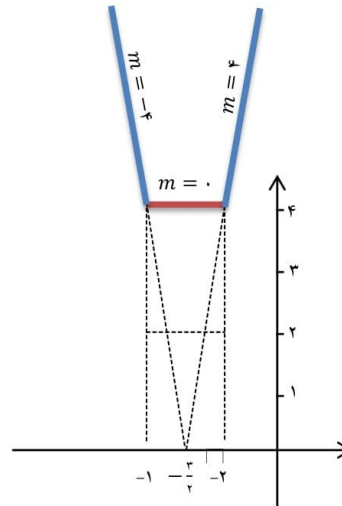


مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

ب)  $y = |2x| + |2x + 4|$   
 $\begin{cases} 2x = 0 \rightarrow x = 0 \\ 2x + 4 = 0 \rightarrow x = -4 \end{cases}$

برد :  $[4, +\infty)$



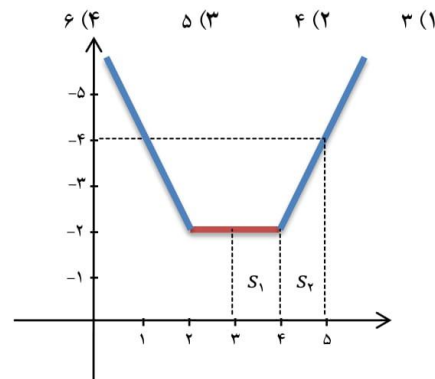
**مثال :** مساحت محصور بین نمودار  $y = |x - 2| + |x - 4|$  و محور  $x$ ها و خطوط  $x = 3$  و  $x = 5$  چقدر است؟

$\begin{cases} x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \\ x - 4 = 0 \rightarrow x = 4 \end{cases}$

مساحت مستطیل  $S_1 = 1 \times 2 = 2$

مساحت ذوزنقه  $S_2 = \frac{1}{2} \times (2 + 4) \times 1 = 3$

کل  $S = S_1 + S_2 = 2 + 3 = 5$



**تمرین :** برد تابع  $y = |3x| + |3x + 3|$  کدام است؟

- (۰, ۳) (۴)      (۳, +∞) (۳)      (۰, +∞) (۲)      [۰, +∞) (۱)

**تمرین:** شیب تابع  $y = |x + 1| + |x - 2|$  در کدام بازه صفر است؟

- R (۴)      [-۱, ۲] (۳)      (-∞, -۱] (۲)      [۰, +∞) (۱)

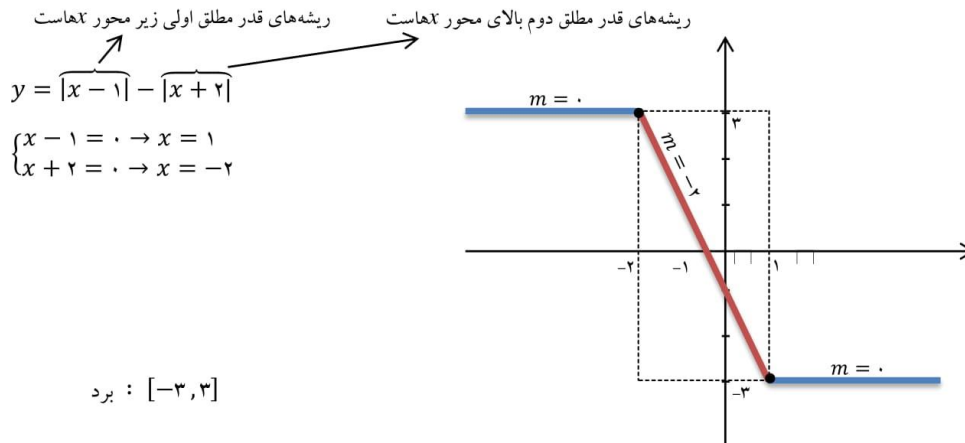
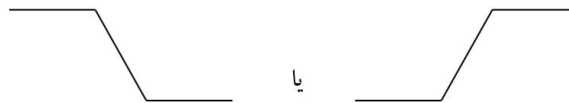
مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

**تمرین:** مساحت محصور بین نمودار  $y = |x - 2| + |x - 4|$  و محور  $x$ ها و خطوط  $x = 1$  و  $x = 4$  چقدر است؟

- ۴ (۱)      ۵ (۲)      ۶ (۳)      ۷ (۴)

۴- توابع به فرم  $y = |x + a| - |x + b|$  (تفریق دو قدر مطلق) (سرسره‌ای یا آبشاری) ابتدا ریشه‌های داخل قدر مطلق را بدست می‌آوریم سپس یک مربع به ضلع  $|a - b|$  به سمت بالا و یک مربع به سمت پایین رسم می‌کنیم که نمودار به یکی از صورت‌های زیر است.



مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

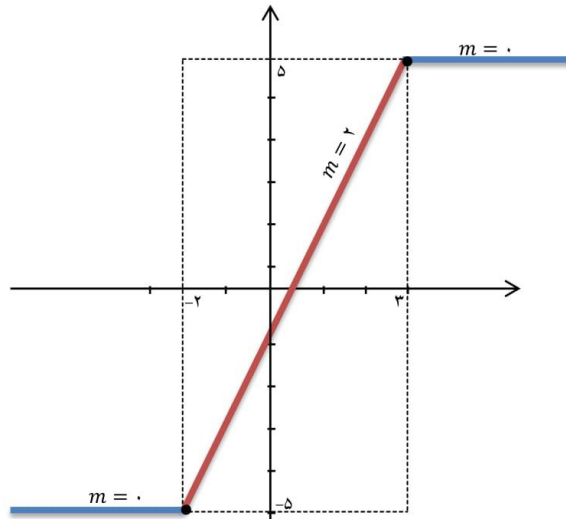
حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

**مثال :** نمودار توابع زیر را رسم کنید سپس برد آن را مشخص کنید.

الف)  $y = |x + 2| - |x - 3|$

$$\begin{cases} x + 2 = 0 \rightarrow x = -2 \rightarrow \text{زیر محور } x \text{ ها} \\ x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \rightarrow \text{بالای محور } x \text{ ها} \end{cases}$$

برد :  $[-5, 5]$

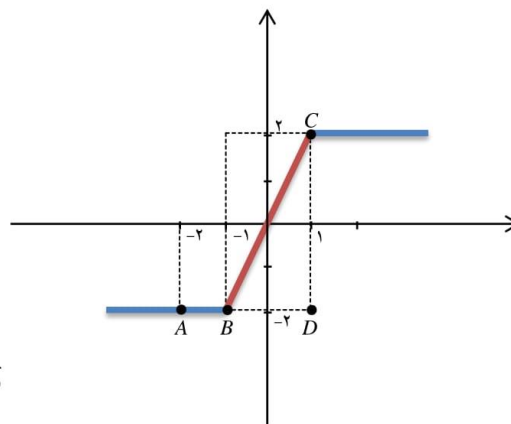


**مثال :** طول پاره خط شکسته تابع  $f(x) = |x + 1| - |x - 1|$  در فاصله  $[-2, 1]$  کدام است؟

- $2\sqrt{3} + 1$  (۴)       $\sqrt{3} + 1$  (۳)       $2\sqrt{5} + 1$  (۲)       $\sqrt{5} + 1$  (۱)

$$\begin{cases} x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \rightarrow \text{زیر محور } x \text{ ها} \\ x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \rightarrow \text{بالای محور } x \text{ ها} \end{cases}$$

$|AB| = 1$   
 $|BC| = ?$



رابطه فیثاغورث :  $BC^2 = BD^2 + CD^2$   
 $BC^2 = 2^2 + 4^2 = 20 \rightarrow BC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$   
 طول پاره خط شکسته =  $|AB| + |BC| = 1 + 2\sqrt{5}$

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

## ویژگی های قدر مطلق

در سال های قبل با برخی از ویژگی های قدر مطلق آشنا شده اید که عبارت اند از:

الف)  $|x| \geq 0$

ب)  $\sqrt{x^2} = |x|$

پ)  $|x| = a \Leftrightarrow x = a$  یا  $x = -a$  ( $a \geq 0$ )

ت)  $|x| = |a| \Leftrightarrow x = a$  یا  $x = -a$

ث)  $|-x| = |x|$

ج)  $|x|^2 = x^2$

**فعالیت:** فرض کنید  $a$  و  $b$  عددهای حقیقی دلخواه باشند.الف) از رابطه  $\sqrt{a^2} = |a|$  استفاده کنید و نشان دهید که:

$$|ab| = |a||b| \rightarrow |ab| = \sqrt{(ab)^2} = \sqrt{a^2 b^2} = \sqrt{a^2} \sqrt{b^2} = |a||b|$$

ب) با فرض  $b \neq 0$  و استفاده از مرحله قبل ثابت کنید که:

$$\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} \rightarrow |a| = \left| \frac{a}{b} \times b \right| = \left| \frac{a}{b} \right| |b| \Rightarrow \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$$

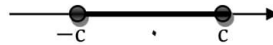
$$\left| \frac{a}{b} \right| = \sqrt{\left( \frac{a}{b} \right)^2} = \sqrt{\frac{a^2}{b^2}} = \frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{b^2}} = \frac{|a|}{|b|}$$

مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

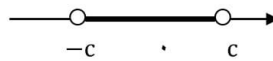
حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

**تکته:** فرض کنید  $c$  یک عدد حقیقی نامنفی باشد. در این صورت داریم:

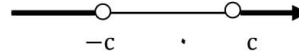
الف)  $|x| \leq c, (c \neq 0) \rightarrow -c \leq x \leq c$



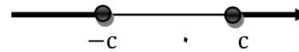
ب)  $|x| < c$



پ)  $|x| > c$



ت)  $|x| \geq c$



**فعالیت:** برای هر عدد حقیقی  $a$  نشان دهید که:  $-|a| \leq a \leq |a|$

$$\begin{cases} a \geq 0 & \rightarrow |a| = a \rightarrow -|a| \leq a \\ a < 0 & \rightarrow |a| = -a \rightarrow a \leq |a| \end{cases} \Rightarrow -|a| \leq a \leq |a|$$

**فعالیت:** برای هر دو عدد حقیقی  $a$  و  $b$  ثابت کنید که:  $-|a| - |b| \leq a + b \leq |a| + |b|$

$$\begin{cases} -|a| \leq a \leq |a| \\ -|b| \leq b \leq |b| \end{cases}$$

$$-|a| - |b| \leq a + b \leq |a| + |b|$$

**فعالیت:** با استفاده از قسمت قبل « نامساوی مثلث » را برای هر دو عدد حقیقی  $a$  و  $b$  نتیجه بگیرید:

$$-|a| \leq a \leq |a|$$

$$-|b| \leq b \leq |b|$$

$$-(|a| + |b|) \leq a + b \leq |a| + |b| \rightarrow |a + b| \leq |a| + |b| \rightarrow |a + b| \leq |a| + |b|$$

مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

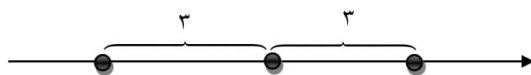
حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

معادلات قدر مطلق:

<p>استفاده از تعریف قدر مطلق و تبدیل به تابع چندضابطه ای</p> <p>روش جبری</p> <p>استفاده از ویژگی‌ها</p> <p>ابتکاری (معمولاً همان به توان ۲ رساندن است)</p> <p>روش هندسی</p> <p>روش رد گزینه‌ها (برای تست‌هایی که مجموعه جواب داده می‌شود)</p>	<p><b>حل معادلات قدر مطلق</b></p>
---	-----------------------------------

**مسئله:** بر روی محور اعداد حقیقی فاصله چه نقاطی از نقطه ثابت ۷ برابر ۳ است؟

برای حل این مسئله شکل روبه رو را رسم می‌کنیم.



اگر طول نقطه جواب مسئله را  $x$  بنامیم، شرط مسئله به این معناست که  $|x - 7| = 3$ ، با استفاده از ویژگی های قدر

مطلق

<p>1) <math> u  = a</math></p> <p><math>\xrightarrow{a &gt; 0}</math> <math>\begin{cases} u = +a \\ u = -a \end{cases}</math></p> <p><math>\xrightarrow{a &lt; 0}</math> جواب ندارد</p>	<p><b>(I) ویژگی‌های قدر مطلق (حل معادلات)</b></p>
---	---

خواهیم داشت  $x - 7 = \pm 3$ ، و در نتیجه  $x = 10$  و  $x = 4$ ؛ و هر دو جواب های معادله هستند.



## مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

**مثال:** هر یک از عبارات های زیر را با استفاده از نماد قدر مطلق به صورت یک معادله یا نامعادله بنویسید و جواب

را روی محور اعداد نمایش دهید.

الف) فاصله بین  $x$  و  $3$  برابر  $7$  است.

$$|x - 3| = 7 \rightarrow \begin{cases} x - 3 = 7 & \rightarrow x = 10 \\ x - 3 = -7 & \rightarrow x = -4 \end{cases}$$

ب) دو برابر فاصله بین  $x$  و  $6$  برابر  $4$  است.

$$2|x - 6| = 4 \rightarrow |x - 6| = 2 \rightarrow \begin{cases} x - 6 = 2 & x = 8 \\ x - 6 = -2 & x = -4 \end{cases}$$

جواب های معادله  $|f(x)| = |g(x)|$  همان جواب های معادله  $f(x) = g(x)$  و  $f(x) = -g(x)$  هستند یعنی:

$$|f(x)| = |g(x)| \Rightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases} \quad \text{2 ویژگی}$$

به معادلاتی نظیر این معادلات که شامل عبارت قدر مطلق هستند معادلات قدر مطلق می گویند.

مثال: معادله  $|x - 4| = |3x - 2|$  را حل کنید.

روش اول: با استفاده از ویژگی های قدر مطلق:

$$|3x - 2| = |x - 4| \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2 = x - 4 & \rightarrow x = -1 \\ 3x - 2 = -(x - 4) & \rightarrow x = \frac{3}{4} \end{cases}$$

روش دوم: با به توان دو رساندن طرفین معادله خواهیم داشت:  $x^2 - 8x + 16 = x^2 - 12x + 4 = 9x^2$ ؛ و از آنجا

$$2x^2 - x - 3 = 0 \quad \text{جواب های این معادله } -1 \text{ و } \frac{3}{4} \text{ هستند.}$$

مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

**مثال:** معادله قدر مطلق  $|x - 1| = 4 - 3x$  را به سه روش زیر حل کنید.

روش اول: با استفاده از تعریف قدر مطلق (شرط، چندضابطه ای کردن، کلی)

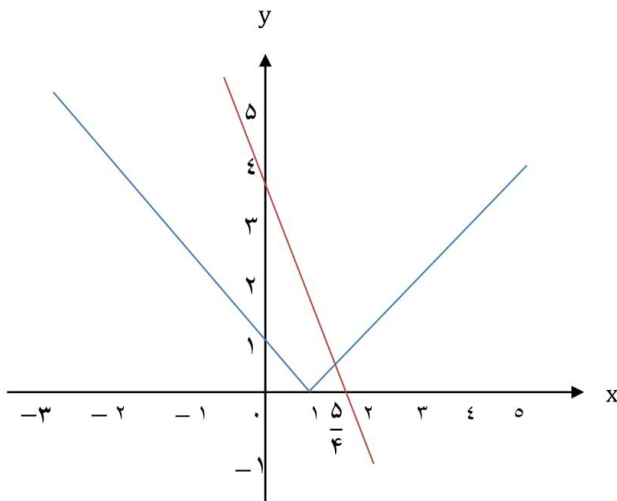
$$|x - 1| = \begin{cases} x - 1, & x \geq 1 \\ -(x - 1), & x < 1 \end{cases}$$

$$|x - 1| = 4 - 3x \Rightarrow \begin{cases} \text{if } x \geq 1 \Rightarrow x - 1 = 4 - 3x \Rightarrow x = \frac{5}{4} \xrightarrow{x \geq 1} x = \frac{5}{4} \text{ ق ق} \\ \text{if } x < 1 \Rightarrow -(x - 1) = 4 - 3x \Rightarrow x = \frac{3}{2} \xrightarrow{x < 1} x = \frac{3}{2} \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$\text{مجموعه جواب} = \left\{ \frac{5}{4} \right\}$$

روش دوم: (روش هندسی)

ابتدا نمودار توابع  $y = |x - 1|$  و  $y = 4 - 3x$  را رسم می کنیم. طول محل تلاقی دو نمودار یعنی  $x = \frac{5}{4}$  جواب معادله است.



مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

روش سوم: (به توان رساندن طرفین)

$$|x - 1| = 4 - 3x \rightarrow |x - 1|^2 = (4 - 3x)^2$$

$$x^2 - 2x + 1 = 16 - 24x + 9x^2 \rightarrow 8x^2 - 22x + 15 = 0$$

$$\frac{1}{8}(8x - 12)(8x - 10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 8x = 12 & x = \frac{3}{2} \text{ غ ق} \\ 8x = 10 & x = \frac{5}{4} \text{ ق ق} \end{cases}$$

**مثال:** ریشه‌های معادله  $|2x - 4| = 6$  کدامند؟

(۱)  $\{1, -5\}$  (۲)  $\{-1, -5\}$  (۳)  $\{1, 5\}$  (۴)  $\{-1, 5\}$

راه اول: روش جبری \_ روش شرط

$$|2x - 4| = 6 \Rightarrow \begin{cases} \text{if } x \geq 2 \Rightarrow 2x - 4 = 6 \Rightarrow x = 5 \xrightarrow{x \geq 2} x = 5 \\ \text{if } x \leq 2 \Rightarrow -2x + 4 = 6 \Rightarrow x = -1 \xrightarrow{x \leq 2} x = -1 \end{cases}$$

راه دوم: روش جبری \_ استفاده از ویژگی‌ها

$$|2x - 4| = 6 \xrightarrow{|u|=a \Rightarrow u=\pm a} 2x - 4 = \pm 6 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 4 = +6 \Rightarrow x = 5 \\ 2x - 4 = -6 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

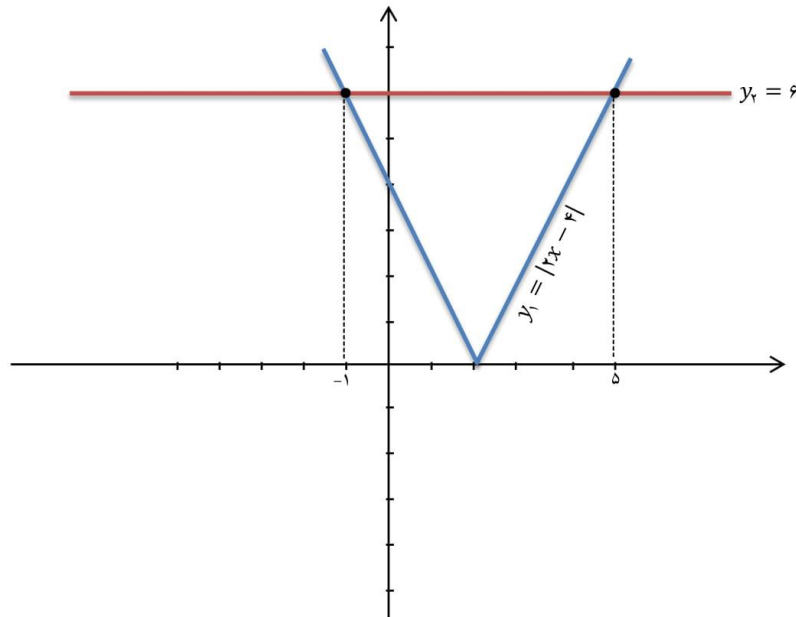
راه سوم: روش جبری \_ ابتکاری

$$\begin{aligned} \xrightarrow{\text{توان 2}} 4x^2 - 16x + 16 = 36 &\Rightarrow 4x^2 - 16x - 20 = 0 \\ \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 &\Rightarrow (x - 5)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

راه چهارم : روش هندسی (بیشتر زمانی که تعداد ریشه‌ها را از ما بخواهد این روش بهتر است)



$$\frac{|2x - 4|}{y_1} = \frac{6}{y_2} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = |2x - 4| \\ y_2 = 6 \end{cases}$$

$x$	۱	۲	۳
$y_1$	۲	۰	۲

راه پنجم : حذف گزینه‌ها

**مثال :** معادله‌ی  $|x - 2| + |x + 3| = 5$  دارای چند ریشه است؟

- ۰ (۱)      ۱ (۲)      ۲ (۳)      ۴ (بیشمار)

$$y_1 = |x - 2| + |x + 3| = 5$$

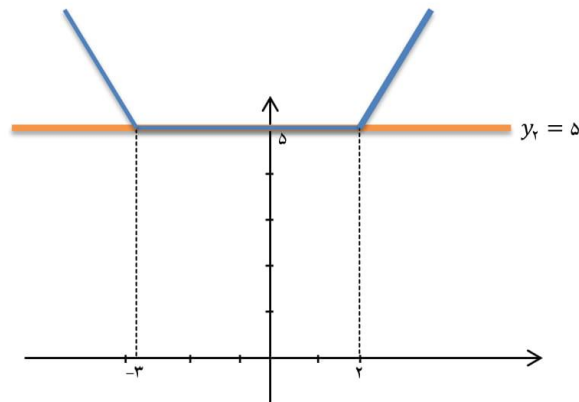
از روش هندسی استفاده می‌کنیم

$$\begin{cases} x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \\ x + 3 = 0 \rightarrow x = -3 \end{cases}$$

$$y_2 = 5$$

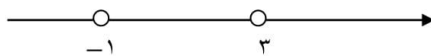
مبحث: درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱



**مثال:** بر روی محور طول ها چه نقاطی وجود دارد که مجموع فاصله های آنها از دو نقطه به طول های  $-1$  و  $3$  روی

محور  $x$  ها برابر  $6$  باشد؟



$$|x - (-1)| + |x - 3| = 6$$

$$\begin{cases} -2x + 2 & x \leq -1 \rightarrow -2x + 2 = 6 \rightarrow -2x = 4 \rightarrow x = -2 \text{ ق ق} \\ 4 & -1 < x < 3 \\ 2x - 2 & x \geq 3 \rightarrow 2x - 2 = 6 \quad 2x = 8 \quad x = 4 \text{ ق ق} \end{cases} \quad \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

**مثال:** تعداد ریشه های معادله  $|2x - 1| = 5$  کدام است؟

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۰ (۳)      ۴ (بیشمار)

$$\begin{cases} 2x - 1 = 5 \rightarrow x = 3 \\ 2x - 1 = -5 \rightarrow x = -2 \end{cases}$$

**مثال:** تعداد ریشه های معادله  $|x^2 - 1| = 1$  کدام است؟

۰ (۱)      ۱ (۲)      ۲ (۳)      ۳ (۴)

مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

$$\begin{cases} x^2 - 1 = 1 \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow x = \pm\sqrt{2} \\ x^2 - 1 = -1 \rightarrow x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \end{cases}$$

**مثال :** مجموع ریشه‌های معادله  $|x - 1| - 2| - 3 = 0$  کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲

$$||x - 1| - 2| = 3 \Rightarrow \begin{cases} |x - 1| - 2 = +3 \rightarrow |x - 1| = 5 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 5 \rightarrow x = 6 \\ x - 1 = -5 \rightarrow x = -4 \end{cases} \\ |x - 1| - 2 = -3 \rightarrow |x - 1| = -1 \Rightarrow \text{جواب ندارد.} \end{cases}$$

مجموع ریشه‌ها  $= 6 + (-4) = 2$

**مثال :** مجموعه جواب معادله  $\frac{|2x|}{|x+1|} = 3$  کدام است؟

- (۱)  $\{-\frac{3}{5}, -3\}$  (۲)  $\{3, -2\}$  (۳)  $\emptyset$  (۴)  $\{-3, \frac{3}{5}\}$

نکته:  $\frac{|u|}{|v|} = \frac{|u|}{|v|}$

$$\frac{|2x|}{|x+1|} = \frac{|2x|}{|x+1|} = 3 \Rightarrow \begin{cases} \frac{2x}{x+1} = 3 \rightarrow x = -3 \\ \frac{2x}{x+1} = -3 \rightarrow x = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

**مثال :** مجموعه جواب معادله  $|x - 3| = |2x + 4|$  را بدست آورید.

$$\begin{cases} x - 3 = 2x - 4 \rightarrow x = 1 \\ x - 3 = -(2x - 4) \rightarrow x = \frac{7}{3} \end{cases}$$

**مثال :** تعداد جواب‌های معادله  $|x - 1| = |x + 1|$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۰ (۴) بیشمار

$$\begin{cases} x - 1 = x + 1 \rightarrow -1 = 1 \quad \text{غیر ممکن} \\ x - 1 = -(x + 1) \rightarrow x = 0 \end{cases}$$

**مثال :** کدامیک از گزینه‌های زیر در مورد وضعیت ریشه‌های معادله  $|x^2 - 2x + 3| = |x^2 - 2x - 1|$  صحیح

است؟

مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

(۱) ریشه حقیقی ندارد (۲) دو ریشه دارد

(۳) مجموع ریشه‌های آن برابر یک است (۴) مجموع ریشه‌های آن برابر ۲ است

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 3 = x^2 - 2x - 1 \implies 3 = -1 \xrightarrow{\text{غیر ممکن}} \text{جواب} = \emptyset \\ x^2 - 2x + 3 = -(x^2 - 2x - 1) \implies 2x^2 - 4x + 2 = 0 \xrightarrow{\Delta=0} S = -\frac{-4}{2} = 2 \end{cases}$$

یک ریشه‌ی مضاعف دارد

**مثال:** به روش جبری و با استفاده از ویژگی‌های قدر مطلق معادله  $|2x - 1| = |x^2 - 1|$  را حل کنید.

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{\text{حالت اول}} x^2 - 1 = 2x - 1 \implies x^2 - 2x = 0 \implies x = 0 \text{ یا } x = 2 \\ |x^2 - 1| = |2x - 1| & \xrightarrow{\text{حالت دوم}} x^2 - 1 = -(2x - 1) \implies x^2 + 2x - 2 = 0 \quad \Delta = 12 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1, \pm\sqrt{3} \rightarrow \begin{cases} x = -1 + \sqrt{3} \cong 0.73 \\ x = -1 - \sqrt{3} \cong -2.73 \end{cases}$$

**نکته کاربردی:** وقتی معادله یا نامعادله‌ای داخل قدر مطلق یک ریشه داشته باشد و بیرون قدر مطلق عبارت  $x$  دار داشته باشیم استفاده از تعریف قدر مطلق و تبدیل به تابع چندضابطه‌ای معمولاً بهترین روش است.

**مثال:** تعداد ریشه‌های معادله‌ی  $1 = |x - 1| + 2x$  کدام است؟

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

$$\begin{aligned} x - 1 = 0 & \rightarrow x = 1 \\ \left\{ \begin{array}{l} \text{if } x \geq 1 \implies 2x + (x - 1) = 1 \rightarrow \boxed{x = \frac{2}{3}} \rightarrow \text{غیر قابل قبول چون باید } x \geq 1 \text{ باشد} \\ \text{if } x < 1 \implies 2x + (-(x - 1)) = 1 \rightarrow \boxed{x = 0} \rightarrow \text{قابل قبول چون } x < 1 \text{ است} \end{array} \right. \end{aligned}$$

مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

**مثال :** معادله های زیر را حل کنید.

$$\text{الف) } \frac{2-x}{|x-3|} = 1 \xrightarrow{x \neq 3} |x-3| = 2-x \rightarrow \begin{cases} x \geq 3 \rightarrow x-3 = 2-x \rightarrow 2x = 5 & x = \frac{5}{2} \text{ ق ق} \\ x < 3 \rightarrow x-3 = x-2 \rightarrow -3 = -2 & \text{غیر ممکن} \end{cases}$$

$$\text{ب) } \sqrt{x^2 - 2x + 1} = 2x + 1 \rightarrow \sqrt{(x-1)^2} = 2x + 1 \rightarrow |x-1| = 2x + 1$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \rightarrow x-1 = 2x+1 \rightarrow x = -2 & \text{غ ق ق} \\ x < 1 \rightarrow x-1 = -2x-1 \rightarrow 2x = 0 \rightarrow x = 0 & \text{ق ق} \end{cases}$$

**مثال :** معادلات قدر مطلق زیر را حل کنید.

$$\text{الف) } ||x| - 1| = 5 \quad \text{ب) } |2x - 1| + |x| = 7 \quad \text{ج) } x|x| = -4$$

حل:

$$\text{الف) } ||x| - 1| = 5 \Rightarrow \begin{cases} |x| - 1 = 5 \\ |x| - 1 = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |x| = 6 \\ |x| = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -6 \end{cases} \text{ غیر قابل قبول } -4$$

$$\text{ب) } |2x - 1| + |x| = 7 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 + x = 7 & x \geq \frac{1}{2} \\ -2x + 1 + x = 7 & 0 < x < \frac{1}{2} \\ -2x + 1 - x = 7 & x \leq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{8}{3} & x \geq \frac{1}{2} \\ x = -6 & \text{ (غ ق ق) } 0 < x < \frac{1}{2} \\ x = -2 & x \leq 0 \end{cases}$$



مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

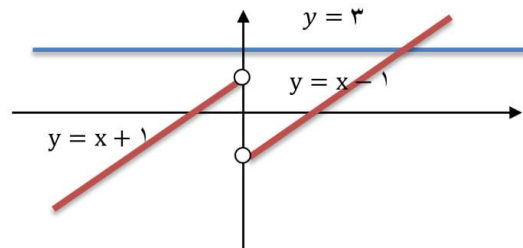
حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

$$x|x| = -4 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = -4 \text{ غیر ممکن} & , x \geq 0 \\ -x^2 = -4 & , x < 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ غیر قابل قبول} \\ x = -2 \end{cases} \end{cases}$$

**مثال:** نمودار هر یک از دو تابع زیر را رسم کنید، سپس به ازای  $y = 3$  معادله های به دست آمده را به روش

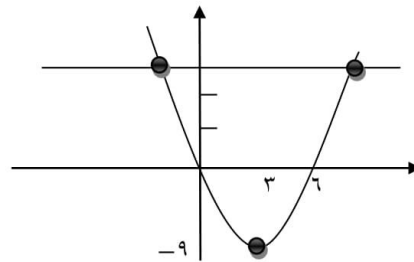
هندسی و جبری حل کنید.

$$y = x - \frac{x}{|x|} \rightarrow \begin{cases} x - \frac{x}{x} = 3 & x > 0 \\ x - \frac{x}{-x} = 3 & x < 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - 1 = 3 \rightarrow x = 4 \text{ ق ق} \\ x + 1 = 3 \rightarrow x = 2 \text{ غ ق} \end{cases}$$



$$b) y = x^2 - 6x \rightarrow x^2 - 6x = 3, x^2 - 6x - 3 = 0, \Delta = 48$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6 \pm 4\sqrt{3}}{2} = 3 \pm 2\sqrt{3} \rightarrow \begin{cases} x = 3 + 2\sqrt{3} \cong 6/46 \\ x = 3 - 2\sqrt{3} \cong 0/46 \end{cases}$$



مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

**تمرین:** نمودار تابع  $f(x) = |x| - 2$  را رسم کنید، سپس معادله  $f(x) = 1$  را، هم به روش هندسی و هم به روش جبری، حل نمایید.

**تمرین:** نمودار تابع  $f(x) = |x^2 - 2x|$  را رسم کنید، سپس به دو روش هندسی و جبری معادله  $|x^2 - 2x| = 2$  را حل نمایید.

مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

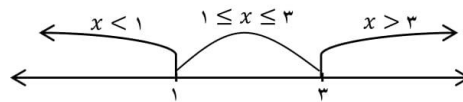
<p>استفاده از تعریف قدرمطلق و تبدیل به تابع چندضابطه ای</p> <p>روش جبری } استفاده از ویژگی‌ها</p> <p>روش هندسی } (معمولاً همان به توان ۲ رساندن است)</p> <p>روش رد گزینه‌ها (برای تست‌هایی که مجموعه جواب داده می‌شود)</p>	<p><b>حل نامعادلات قدر مطلق</b></p>
--	-------------------------------------

**مثال :** مجموعه جواب نامعادله  $|x - 1| > |x - 3|$  کدام است؟

- (۱)  $(2, +\infty)$       (۲)  $(1, +\infty)$       (۳)  $(-\infty, 3)$       (۴)  $(1, 3)$

راه اول : روش جبری \_ روش شرط:

$$\underbrace{|x - 1|}_{\text{ریشه } x=1} > \underbrace{|x - 3|}_{\text{ریشه } x=3}$$



$$\begin{cases} x > 3 \Rightarrow x - 1 > x - 3 \Rightarrow -1 > -3 \rightarrow \boxed{1 < 3} \xrightarrow{\cap} x > 3 \\ 1 \leq x \leq 3 \Rightarrow x - 1 > 3 - x \Rightarrow 2x > 4 \rightarrow \boxed{x > 2} \xrightarrow[\cap]{1 \leq x \leq 3} 2 < x \leq 3 \\ x < 1 \Rightarrow 1 - x > -x + 3 \rightarrow \boxed{1 > 3} \xrightarrow{\cap} \emptyset \end{cases}$$

جواب نهایی :  $x > 3 \cup 2 < x \leq 3 \Rightarrow x > 2$

راه دوم : روش جبری استفاده از ویژگی‌ها و ابتکاری

اگر طرفین نامعادله قدرمطلق داشته باشد

$$|u| < |v| \rightarrow u^2 < v^2$$

طرفین نامعادله را به توان ۲ می‌رسانیم تا قدرمطلق از بین برود .

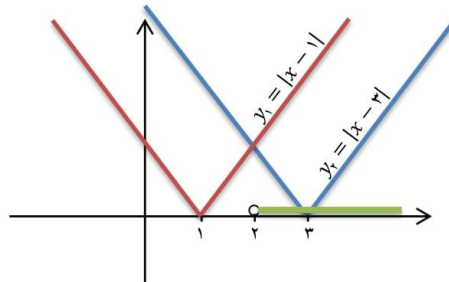
به توان ۲  $|x - 1| > |x - 3| \rightarrow (x - 1)^2 > (x - 3)^2 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 > x^2 - 6x + 9 \Rightarrow 4x > 8 \rightarrow x > 2$

$$\underbrace{|x - 1|}_{y_1} > \underbrace{|x - 3|}_{y_2}$$

راه سوم : روش هندسی

مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱



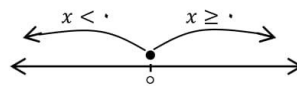
نمودار  $y_1$  بالای نمودار  $y_2$  است  $\Rightarrow y_1 > y_2$

راه چهارم: رد گزینه‌ها: با انتخاب  $x = 2$  (اختلاف گزینه‌های ۱ و ۲) گزینه‌های ۲ و ۳ و ۴ حذف می‌شوند.

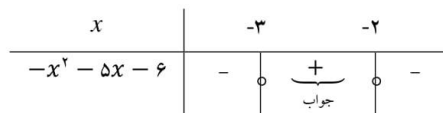
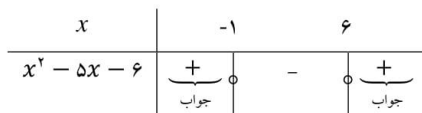
**مثال:** مجموعه جواب نامعادلات زیر را بدست آورید؟

الف)  $x|x| - 5x - 6 > 0$

$x = 0$

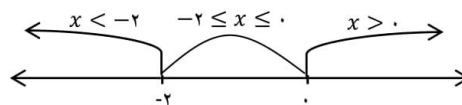


$$\begin{cases} \text{if } x \geq 0 \Rightarrow x(x) - 5x - 6 > 0 \rightarrow x^2 - 5x - 6 > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \\ \{x \geq 0\} \cap \{x < -1 \cup x > 6\} \rightarrow \boxed{x > 6} \\ \text{if } x < 0 \Rightarrow x(-x) - 5x - 6 > 0 \rightarrow -x^2 - 5x - 6 > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \\ \{x < 0\} \cap \{-3x < -2 \cup x > 6\} \rightarrow \boxed{-3 < x < -2} \end{cases}$$



جواب نهایی:  $x > 6 \cup -3 < x < -2$

ب)  $|x + 2| \leq 4 - |x| \Rightarrow \begin{cases} x + 2 = 0 \rightarrow \boxed{x = -2} \\ x = 0 \end{cases}$



مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

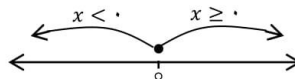
حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

$$\begin{cases} \text{if } x > 0 \Rightarrow x + 2 \leq 4 - x \rightarrow x \leq 1 \rightarrow 0 < x \leq 1 \\ \text{if } -2 \leq x \leq 0 \Rightarrow x + 2 \leq 4 - (-x) \rightarrow 2 \leq 4 \rightarrow \text{جواب همیشه درست} = R \Rightarrow -2 \leq x \leq 0 \\ \text{if } x < -2 \Rightarrow -(x + 2) \leq 4 - (-x) \rightarrow -2x < 6 \rightarrow x > -3 \rightarrow -3 < x < -2 \end{cases}$$

جواب نهایی :  $\{0 < x \leq 1\} \cup \{-2 \leq x \leq 0\} \cup \{-3 < x < -2\} = [-3, 1]$

ب)  $\frac{3x^2 - 8|x| - 3}{x^2 + 2x + 3} \geq 0$

$x = 0$



$$\begin{cases} \text{if } x \geq 0 \Rightarrow \frac{3x^2 - 8x - 3}{x^2 + 2x + 3} \geq 0 \Rightarrow 3x^2 - 8x - 3 \geq 0 \\ \{x \geq 0\} \cap \left\{x \geq 3 \cup x \leq -\frac{1}{3}\right\} = x \geq 3 \\ \text{if } x < 0 \Rightarrow \frac{3x^2 - 8(-x) - 3}{x^2 + 2x + 3} \geq 0 \Rightarrow 3x^2 - 8x - 3 \geq 0 \\ \{x < 0\} \cap \left\{x \leq -3 \cup x \geq -\frac{1}{3}\right\} \rightarrow x \leq -3 \\ \text{جواب نهایی } x \geq 3 \cup x \leq -3 = R - (-3, 3) \end{cases}$$

ت)  $|2x - 3| + 2|x - 1| \geq 1$   $\begin{cases} 2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{3}{2} \\ x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} \text{if } x > \frac{3}{2} \Rightarrow 2x - 3 + 2(x - 1) \geq 1 \rightarrow x \geq \frac{6}{4} \Rightarrow x > \frac{3}{2} \\ 1 \leq x \leq \frac{3}{2} \Rightarrow -(2x - 3) + 2(x - 1) \geq 1 \Rightarrow 2 \geq 1 \rightarrow R \rightarrow 1 \leq x \leq \frac{3}{2} \\ x < 1 \Rightarrow -(2x - 3) + 2(-(x - 1)) \geq 1 \Rightarrow -4x \geq -4 \rightarrow x \leq 1 \rightarrow x \leq 1 \\ \text{جواب نهایی } = x > \frac{3}{2} \cup 1 \leq x \leq \frac{3}{2} \cup x \leq 1 \Rightarrow R \end{cases}$$

## مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

**مثال :** مجموعه جواب نامعادله  $|x - 4| < 2x - 5$  به کدام صورت است؟ (سراسری ریاضی فیزیک ۹۲)

(۱)  $(1, 5)$  (۲)  $(1 - \sqrt{6}, 1 + \sqrt{6})$

(۳)  $(1, 5) \cup (1 + \sqrt{6}, +\infty)$  (۴)  $(-\infty, 1 - \sqrt{6}) \cup (1, 5)$

I if,  $x \geq 0 \Rightarrow x(x - 4) < 2x - 5 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 < 0 \rightarrow 1 < x < 5$

II if,  $x \leq 0 \Rightarrow -x(x - 4) < 2x - 5 \Rightarrow x^2 - 2x - 5 > 0 \cdot \begin{cases} x > 1 + \sqrt{6} \\ x < 1 - \sqrt{6} \end{cases}$

اجتماع:  $(-\infty, 1 - \sqrt{6}) \cup (1, 5)$

(II) ویژگی های قدر مطلق (نامعادلات)

۱)  $|u| \leq a \xrightarrow{عدد a > 0} -a \leq u \leq a$   
یعنی  $\begin{cases} u \leq a \\ u \geq -a \end{cases} \cap$

**مثال :** مجموعه جواب نامعادله  $|x - 1| \leq 2$  کدام است؟

$$-2 \leq x - 1 \leq 2 \Rightarrow -1 \leq x \leq 3$$

**مثال :** مجموعه جواب نامعادله  $\left| \frac{2x - 3}{x + 2} \right| < 1$  کدام است؟

(۱)  $(5, +\infty)$  (۲)  $(\frac{1}{3}, +\infty)$  (۳)  $(-\infty, \frac{1}{3})$  (۴)  $(\frac{1}{3}, 5)$

$$-1 < \frac{2x - 3}{x + 2} < 1$$
$$\begin{cases} \frac{2x - 3}{x + 2} < 1 \Rightarrow \frac{2x - 3}{x + 2} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{x - 5}{x + 2} < 0 \\ \frac{2x - 3}{x + 2} > -1 \Rightarrow \frac{2x - 3}{x + 2} + 1 > 0 \Rightarrow \frac{3x - 1}{x + 2} > 0 \end{cases}$$

اشتراک

جواب نهایی:  $\{-2 < x < 5\} \cap \{x < -2 \cup x > \frac{1}{3}\} = (\frac{1}{3}, 5)$

مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

**مثال :** مجموعه جواب نامعادله  $||x| - 1| \leq 2$  کدام است؟

- (۱)  $[-1, 1]$  (۲)  $[-2, 2]$  (۳)  $[-3, 3]$  (۴)  $[-4, 4]$

$$||x| - 1| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq |x| - 1 \leq 2 \Rightarrow -1 \leq |x| \leq 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -1 \leq |x| \rightarrow \text{قدر مطلق همواره از منفی بزرگتر است} \\ |x| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

جواب نهایی :  $R \cap -3 \leq x \leq 3 \rightarrow -3 \leq x \leq 3$

**مثال :** مجموعه جواب نامعادله  $||x + 2| - 1| \leq 3$  شامل چند عدد صحیح است؟ (جواب: ۹)

$$-3 \leq |x + 2| - 1 \leq 3 \Rightarrow -2 \leq |x + 2| \leq 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2 \leq |x + 2| \rightarrow \text{قدر مطلق همیشه از منفی بزرگتر است پس همیشه برقرار است} \\ |x + 2| \leq 4 \Rightarrow -4 \leq x + 2 \leq 4 \Rightarrow -6 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

و

$$R \cap -6 \leq x \leq 2 = -6 \leq x \leq 2$$

جواب نهایی :

**مثال :** اگر  $|x - 1| < 2$ ، آن گاه حاصل  $|2x + 3| + 2|x - 3|$  را بدست آورید؟

جواب: ۹

$$|x - 1| < 2 \rightarrow -2 < x - 1 < 2 \rightarrow -1 < x < 3$$

$$y = |2x + 3| + 2|x - 3| = 2x + 3 + 2(-(x - 3)) = 9$$

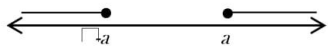
**مثال :** اگر نامساوی  $10 < x < 20$  معادل  $|x - \alpha| < \beta$  باشد  $\alpha \times \beta$  کدام است؟

- (۱) ۵۵ (۲) ۶۵ (۳) ۷۵ (۴) ۸۵

$$-\beta < x - \alpha < \beta \Rightarrow \begin{cases} -\beta + \alpha < x < \beta + \alpha \\ 10 < x < 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\beta + \alpha = 10 \\ \beta + \alpha = 20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \alpha = 15 \\ \beta = 5 \end{cases}$$

مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

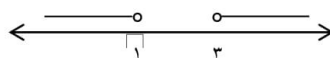
حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

$$2) |u| \geq a \Rightarrow \begin{cases} u \geq a \\ u \leq -a \end{cases} \cup$$


مثال ۳۸: مجموعه جواب نامعادله  $|x - 2| > 1$  شامل چند عدد صحیح است؟

- ۳ (۱)      ۴ (۲)      ۵ (۳)      ۶ (۴)

$$\begin{cases} x - 2 > 1 \Rightarrow x > 3 \\ \text{یا} \\ x - 2 < -1 \Rightarrow x < 1 \end{cases}$$



**مثال:** عبارت زیر را با استفاده از نماد قدر مطلق به صورت یک نامعادله بنویسید و جواب را به دست آورید.

- فاصله بین  $x$  و  $-3$  - بزرگ تر از ۲ است.

$$|x - (-3)| > 2 \rightarrow \begin{cases} x + 3 > 2 \rightarrow x > -1 \\ x + 3 < -2 \rightarrow x < -5 \end{cases}$$

**مثال:** مجموعه جواب نامعادله  $|\frac{1}{x}| > 1$  کدام است؟

$$\begin{cases} \frac{1}{x} > 1 \Rightarrow \frac{1}{x} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{x-1}{x} > 0 \Rightarrow 0 < x < 1 \\ \text{یا} \\ \frac{1}{x} < -1 \Rightarrow \frac{1}{x} + 1 < 0 \Rightarrow \frac{x+1}{x} < 0 \Rightarrow -1 < x < 0 \end{cases}$$

جواب نهایی:  $x \in (-1, 0) \cup (0, 1)$

**مثال:** مجموعه جواب نامعادله  $|\frac{x-2}{2x+1}| > 1$  به صورت کدام بازه است؟ (سراسری تجربی ۹۲)

(۱)  $(-3, \frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$       (۲)  $(-2, -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}, 1)$

(۳)  $(-3, -\frac{1}{2})$       (۴)  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$





مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

$$|x - \alpha| > \beta \rightarrow \begin{cases} x - \alpha > \beta \rightarrow x > \beta + \alpha \xrightarrow{x > 3} \beta + \alpha = 3 \\ x - \alpha < -\beta \rightarrow x < -\beta + \alpha \xrightarrow{x < -2} -\beta + \alpha = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{1}{2}}, \boxed{\beta = \frac{5}{2}}$$

**مثال:** مجموعه جواب نامعادله  $|3x - 2| < 2x + 1$  کدام است؟

$$\text{روش شرط بهتر است} \begin{cases} \text{if } x \geq \frac{2}{3} \Rightarrow 3x - 2 < 2x + 1 \rightarrow x < 3 \Rightarrow \frac{2}{3} \leq x < 3 \\ \text{if } x \leq \frac{2}{3} \Rightarrow -(3x - 2) < 2x + 1 \Rightarrow -5x < -1 \rightarrow x > \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{5} < x < \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\text{جواب نهایی: } \frac{2}{3} \leq x < 3 \cup \frac{1}{5} < x \leq \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{5} < x < 3$$

**نکته کاربردی:** وقتی معادله یا نامعادله‌ای داخل قدر مطلق یک ریشه داشته باشد و بیرون قدر مطلق عبارت  $x$  دار داشته باشیم استفاده از تعریف قدر مطلق و تبدیل به تابع چندضابطه‌ای معمولاً بهترین روش است.

**مثال:** در مجموعه جواب نامعادله  $|2x - 3| \leq x$  چند عدد صحیح وجود دارد؟

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴) بیشتر

$$\text{روش شرط} \begin{cases} \text{if } x \geq \frac{3}{2} \Rightarrow 2x - 3 \leq x \rightarrow x \leq 3 \rightarrow \frac{3}{2} \leq x \leq 3 \\ \text{if } x \leq \frac{3}{2} \Rightarrow -2x + 3 \leq x \rightarrow x \geq 1 \rightarrow 1 \leq x \leq \frac{3}{2} \end{cases}$$

**مثال:** جواب نامعادله  $|x| < x^2 - x$  را بدست آورید؟

$$\begin{cases} \text{if } x \geq 0 \Rightarrow x < x^2 - x \rightarrow 0 < x^2 - 2x \\ \{x \geq 0\} \cap \{x < 0 \cup x > 2\} = x > 2 \\ \text{if } x < 0 \Rightarrow -x < x^2 - x \rightarrow 0 < x^2 \\ \{x < 0\} \cap \{R - \{0\}\} = x < 0 \end{cases}$$

جواب نهایی:  $\{x > 2\} \cup \{x < 0\} = R - [0, 2]$

مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

**مثال :** مجموعه جواب نامعادله  $|9 - 2x| > 4x$  کدام است؟

$x < 0$  (۱)       $x < -4/5$  (۲)       $x > 1/5$  (۳)       $x < 1/5$  (۴)

روش شرط بهتر است

$$\begin{cases} \text{if } x \geq \frac{9}{2} \Rightarrow -(9 - 2x) > 4x \rightarrow -2x > 9 \rightarrow x < -\frac{9}{2} = \emptyset \\ \text{if } x \leq \frac{9}{2} \Rightarrow 9 - 2x > 4x \rightarrow -6x > -9 \rightarrow x < \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{3}{2} \end{cases}$$

جواب نهایی :  $\emptyset \cup x < \frac{3}{2} = x < \frac{3}{2}$

**نکته :** اگر دو طرف قدر مطلق داشتیم به توان ۲ می‌رسانیم و قدر مطلق را برمی‌داریم.

$$|u| \leq |v| \xrightarrow{\text{به توان 2 می‌رسانیم}} u^2 \leq v^2$$

**مثال :** مجموعه جواب نامعادله  $|x - 1| > |x|$  کدام است؟

جواب :  $x < \frac{1}{2}$

$$|x - 1| > |x| \xrightarrow{(\ )^2} (x - 1)^2 > x^2 \rightarrow x^2 - 2x + 1 > x^2 \rightarrow -2x + 1 > 0 \rightarrow x < \frac{1}{2}$$

**مثال :** اگر مجموعه جواب نامعادله  $|x + 1| < ||x| - 4|$  بصورت  $(a, b)$  باشد  $a \times b$  کدام است؟

$-\frac{15}{4}$  (۴)       $\frac{15}{4}$  (۳)       $-\frac{15}{4}$  (۲)       $\frac{15}{4}$  (۱)

$$|x + 1| < ||x| - 4| \xrightarrow{(\ )^2} (x + 1)^2 < (|x| - 4)^2 \rightarrow x^2 + 2x + 1 < |x|^2 - 8|x| + 16$$

$$\Rightarrow 2x + 1 < -8|x| + 16 \Rightarrow 2x + 8|x| < 15$$

$$\begin{cases} \text{if } x \geq 0 \Rightarrow 2x + 8x < 15 \Rightarrow x < \frac{3}{2} \xrightarrow{x \geq 0} x \in \left[0, \frac{3}{2}\right) \\ \text{if } x \leq 0 \Rightarrow 2x - 8x < 15 \Rightarrow x > -\frac{5}{4} \xrightarrow{x \leq 0} x \in \left(-\frac{5}{4}, 0\right) \end{cases}$$

$$\cup \rightarrow x \in \left(-\frac{5}{4}, \frac{3}{2}\right) = (a, b)$$

مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

**تکته :** اگر از طرفین یک تساوی یا نامساوی رادیکال بافرجه زوج بگیریم برای هر دو طرف آن قدر مطلق می-گذاریم

$$u^{2n} = v^{2n} \xrightarrow{\sqrt[2n]{\quad}} |u| = |v|$$

**مثال :** نامعادله ی  $(x-3)^2 < 64$  را حل کنید.

$$(x-3)^2 < 64 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} |x-3| < 8 \Rightarrow |x-3| < 8 \Rightarrow -8 < x-3 < 8 \Rightarrow -5 < x < 11$$

نتیجه :

$$\sqrt[2n]{u^{2n}} = |u|$$

$$\sqrt[2n+1]{u^{2n+1}} = u$$

**مثال :** مجموعه ی جواب معادله ی  $\sqrt{(x-2)^2} = 2-x$  را بیابید.

$$\sqrt{(x-2)^2} = 2-x$$

$$|x-2| = 2-x \Rightarrow \begin{cases} x-2 = 2-x \Rightarrow x=2 & , \quad x \geq 2 \\ -(x-2) = x-2 \text{ بدیهی} & , \quad x < 2 \end{cases} \rightarrow \text{مجموعه ی جواب} = (-\infty, 2]$$

**مثال :** اگر  $0 < a < 1$  باشد حاصل عبارت  $\sqrt{a^2+1} - 2\sqrt{a}$  کدام است؟

(۱)  $a-1$       (۲)  $1-a$       (۳)  $-1-a$       (۴)  $a+1$

$$\begin{aligned} \sqrt{a^2+1} - 2\sqrt{a} &= \sqrt{a^2+1-2|a|} \xrightarrow{0 < a < 1} \sqrt{a^2+1-2a} = \sqrt{a^2-2a+1} = \sqrt{(a-1)^2} \\ &= |a-1| \xrightarrow{0 < a < 1} -(a-1) = -a+1 = 1-a \end{aligned}$$

**مثال :** اگر  $a < 0 < b$  و  $|a| > |b|$  باشد حاصل عبارت  $\sqrt{a^2+b^2+2ab} - \sqrt{a^2+b^2-2ab}$  کدام است؟

(۱)  $2a$       (۲)  $2b$       (۳)  $-2a$       (۴)  $-2b$

مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

$$\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab} = \sqrt{(a+b)^2} = |a+b| \xrightarrow{b=1, a=-2 \text{ فرض می کنیم}} -(a+b) = -a-b$$

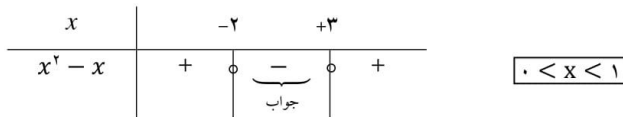
$$\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab} = \sqrt{(a-b)^2} = |a-b| \xrightarrow{b=1, a=-2 \text{ فرض می کنیم}} -(a-b) = -a+b$$

$$\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab} - \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab} = (-a-b) - (-a+b) = -2b$$

**مثال :** با شرط  $x^2 < x$  حاصل عبارت  $\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} + 2} + \sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} - 2}$  کدام است؟

۴ (۴)      ۲x (۳)       $\frac{2}{x}$  (۲)      ۲ (۱)

$$x^2 < x \rightarrow x^2 - x < 0$$



$$\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} + 2} = \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2} = \left|x + \frac{1}{x}\right| \xrightarrow{\substack{0 < x < 1 \\ \text{فرض می کنیم } x = \frac{1}{x}}} x + \frac{1}{x}$$

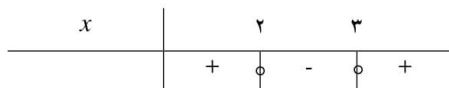
$$\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} - 2} = \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2} = \left|x - \frac{1}{x}\right| \xrightarrow{\substack{0 < x < 1 \\ \text{فرض می کنیم } x = \frac{1}{x}}} -\left(x - \frac{1}{x}\right) = -x + \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} + 2} + \sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} - 2} = \left(x + \frac{1}{x}\right) + \left(-x + \frac{1}{x}\right) = \frac{2}{x}$$

$$\underbrace{|u| + |v| \geq |u+v|}_{\text{نامساوی مثلث}} \Rightarrow \begin{cases} |u| + |v| = |u+v| & (u, v \geq 0) \text{ هم علامت باشند} \\ |u| + |v| > |u+v| & (u, v < 0) \text{ هم علامت نباشند} \end{cases}$$

**مثال :** مجموعه جواب معادله  $|x-2| + |x-3| = |2x-5|$  کدام است؟

$$\underbrace{|x-2|}_u + \underbrace{|x-3|}_v = \underbrace{|2x-5|}_{u+v} \xrightarrow{u \text{ و } v \text{ هم علامتند}} (x-2)(x-3) \geq 0 \Rightarrow$$



نکته: در معادلات و نامعادلات اگر هم زمان سه تا قدرمطلق داشتیم به احتمال زیاد باید از نامساوی مثلث استفاده کنیم.

مبحث : درسنامه فصل اول حسابان یازدهم

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

**مثال :** مجموعه جواب نامعادله  $|x| > \left|\frac{1}{4}x - 1\right| + \left|\frac{1}{4}x + 1\right|$  کدام است؟

- (۱)  $(-2, 2)$       (۲)  $R - [-2, 2]$       (۳)  $R - (-2, 2)$       (۴)  $\{\pm 2\}$

$$\left|\frac{1}{4}x - 1\right| + \left|\frac{1}{4}x + 1\right| > \left|\left(\frac{1}{4}x - 1\right) + \left(\frac{1}{4}x + 1\right)\right|$$

$$u \cdot v < 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{4}x - 1\right)\left(\frac{1}{4}x + 1\right) < 0$$

$x$		$-2$	$2$	
$\frac{1}{4}x - 1$	-	-	○	+
$\frac{1}{4}x + 1$	-	○	+	+
	+	-		+
		جواب		

جواب :  $(-2, 2)$

**مثال :** مجموعه جواب نامعادله  $|2x + 4| < |x + 3| + |x + 1|$  کدام است؟

$$\left|\frac{2x + 4}{u}\right| < \left|\frac{x + 3}{v}\right| + \left|\frac{x + 1}{u+v}\right| \xrightarrow{|u|+|v| \geq |u+v|} x \in \emptyset$$

**مثال :** مجموعه جواب معادله  $|2x - 2| + |x - 3| = |x + 1|$  کدام است؟

- (۱)  $[-1, 3]$       (۲)  $[1, 3]$       (۳)  $[-3, 1]$       (۴)  $[-3, -1]$

نکته :  $|-u| = |u|$

$$|x - 3| = |-(x - 3)| = |3 - x|$$

$$\left|\frac{2x - 2}{u}\right| + \left|\frac{x - 3}{v}\right| = \left|\frac{x + 1}{u+v}\right|$$

$$(2x - 2)(3 - x) \geq 0$$

$x$		$1$	$3$	
$2x - 2$	-	○	+	+
$3 - x$	+	+	○	-
	-	+		-
		جواب		

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

**تکته :** توان داخل قدرمطلق را می توان به بیرون از آن انتقال

داد

$$|u^n| = |u|^n$$

**مثال :** مجموع جواب های  $0 = (x-3)^2 - 7|x-3| + 6$  کدام است؟

$$6 \quad (1) \quad -6 \quad (2) \quad 12 \quad (3) \quad -12 \quad (4)$$

$$(x-3)^2 - 7|x-3| + 6 = 0 \xrightarrow{(x-3)^2 = |x-3|^2} |x-3|^2 - 7|x-3| + 6 = 0$$

$$\xrightarrow{|x-3|=t} t^2 - 7t + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 6 \end{cases}$$

$$|x-3| = t$$

$$\begin{cases} t = 1 \rightarrow |x-3| = 1 \Rightarrow \begin{cases} x-3 = 1 \rightarrow x = 4 \\ x-3 = -1 \rightarrow x = 2 \end{cases} \\ t = 6 \rightarrow |x-3| = 6 \Rightarrow \begin{cases} x-3 = 6 \rightarrow x = 9 \\ x-3 = -6 \rightarrow x = -3 \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{مجموع جواب ها} : 4 + 2 + 9 - 3 = 12$$

جزوه کنکوری تمام مباحث ریاضیات تالیف حبیب هاشمی در کانال تلگرامی @eshgheriazikonkor

حبیب هاشمی ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

## درس ۵

### آشنایی با هندسه تحلیلی

جهت تهیه جزوات کنکوری تمام مباحث ریاضی تالیف حبیب هاشمی کارشناس ارشد ریاضی کاربردی با هیجده سال سابقه تدریس در برگزاری کلاس های کنکور؛ دبیر رسمی آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران و مدرس دانشگاه با شماره ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱ تماس حاصل فرمایید.

جزوه کنکوری تمام مباحث ریاضیات تالیف حبیب هاشمی در کانال تلگرامی @eshgheriazikonkour

جهت تهیه ی جزوه کامل فصل اول حسابان پایه یازدهم رشته ریاضی فیزیک با شماره ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱ تماس

حاصل فرمایید.